

به نام خدا

گزارش نهایی پروژه درس مباحث پیشرفته در کنترل موجودی

استاد محترم: دکتر پیرایش

دانشجویان: ساناز حقیقی – تکتّم پورشیرازی

عنوان پروژه: ارائه یک مدل جدید کنترل موجودی

با اقلام فسادپذیر، تابع تقاضا بر حسب زمان و قیمت

با مجاز بودن کمبود و افق زمانی محدود



• فهرست مطالب

عنوان	شماره صفحه
مقدمه	3
اهمیت مفروضات مسأله	4
متغیرهای مدل	5
فرضیات مدل	5
نمای مدل	6
محاسبه سطح موجودی	6
محاسبه روابط	7
محاسبه هزینه‌ها	8
پیاده‌سازی یک مثال	9
روش‌های اعتبارسنجی	10
تحلیل حساسیت	10
جمع‌بندی	11

• مقدمه

تا به امروز مدل‌های فراوانی برای کنترل موجودی ارائه شده است. مدل EOQ ساده اولین مدل ارائه شده در این حوزه می‌باشد که تمام مفروضات مسأله در آن قطعی بوده و مشخص است که نتایج به‌دست آمده از حل مدل با دنیای واقعی فاصله زیادی خواهد داشت. به همین دلیل با گذشت زمان مدل‌های ارائه شده پیچیده‌تر شده و مفروضات واقعی‌تری را شامل شده‌اند. هر کدام از مفروضات بیان شده در زیر نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل را یک گام به دنیای واقعی نزدیک‌تر می‌نماید.

نام نویسنده	سال انتشار	تورم	فساد	تقاضا متغیر	کمبود	افق زمانی	مدت تحویل	ارزش زمانی پول	تاخیر در پرداخت	چند کالایی
Kamna Sharma	۲۰۱۴		*	*	*	محدود				
Kamna Sharmar	۲۰۱۰	*		*	*	محدود				
Jia-Tzer Hsu	۲۰۱۲		*		*	نامحدود				
Shilpi Pal	۲۰۱۳	*	*			محدود				
Chung-Yuan-Dye	۲۰۱۱		*		*	محدود				
Horng-Jinh Chang	۲۰۰۲		*			محدود		*	*	
HuFMrNG WEE	۱۹۹۳		*			نامحدود				
Lakdere Benkherouf	۲۰۱۲		*	*		محدود				
Abolfazl Kazemi	۲۰۱۱			*		نامحدود				*
Zohreh Molamohami	۲۰۱۴		*		*	نامحدود				
Kun-Jen Chung	۲۰۰۲					نامحدود			*	

این مقالات تنها بخش کوچکی از تحقیقات صورت گرفته در این حوزه می باشد. تاکنون هیچ مطالعه‌ای به بررسی مدلی که شامل مفروضات قرمز رنگ جدول بالا باشد نپرداخته است. به همین دلیل بر آن شدیم تا نتیجه تأثیر همزمان تمام این عوامل را بر روی مدل بررسی کنیم.

• اهمیت مفروضات مسأله

کالای فاسد شدنی: بسیاری از کالاها در عمل نمی‌توانند همان کیفیت اولیه خود را حفظ کنند و در نتیجه ممکن است مقدار اولیه که سفارش داده می‌شود نتواند کل تقاضا را برآورده کند. بنابراین مهم است تشخیص دهیم که کالاها با چه نرخ دچار فساد می‌شوند تا در تعیین مقدار سفارش اقتصادی دچار مشکل نشده و در نتیجه حداکثر امکان سیستم با کمبود مواجه نشود.

تورم: تورم از دیگر عوامل تأثیرگذار بر روی هر سیستم کسب و کار از جمله یک سیستم موجودی می‌باشد. با افزایش تورم هزینه‌های سیستم موجودی بالاتر رفته. همچنین تورم تأثیر مستقیم بر روی عرضه و تقاضا دارد. بنابراین شناسایی نرخ تورم و بررسی تأثیر آن بر روی سیستم موجودی می‌تواند باعث کارایی هرچه بیشتر مدل بشود.

تقاضا متغیری تصادفی بر حسب زمان و قیمت فروش: در یک سیستم کنترل موجودی واقعی عموماً تقاضا مقداری ثابت نداشته و وابسته به یک سری عوامل خاص می‌باشد. از برجسته‌ترین این عوامل می‌توان به زمان و قیمت فروش اشاره نمود که از تأثیر به‌سزایی روی میزان تقاضا برخوردارند. زمان هم می‌تواند به‌عنوان فاکتوری مثبت و هم به‌عنوان فاکتوری منفی بر روی تقاضا تأثیر بگذارد. اما قیمت فروش محصول مشخصاً تأثیری منفی بر روی میزان تقاضا دارد.

افق زمانی: مفهوم افق زمانی محدود آن‌جا اهمیت پیدا می‌کند که سیستم موجودی برای یک مدت محدود فعال باشد. به عنوان مثال برای مدل‌سازی کالاهایی با فروش فصلی افق زمانی حتماً باید محدود باشد و کل مدت زمان فعال بودن سیستم را پوشش بدهد. از منظر مدل‌سازی تنها تفاوت جزئی در مدل‌های با افق زمانی محدود و نامحدود در نحوه محاسبه هزینه‌های سیستم موجودی ایجاد می‌شود.

مجاز بودن کمبود: کمبود از دو نوع پس افت و از دست رفته می باشد. تقاضای پس افت با تأخیر پاسخ داده خواهد شد و طبیعتاً این موضوع که بسیاری از سیستم‌ها در مقاطع زمانی خاصی با کمبود مواجه خواهند شد بسیار شایع می باشد و چشم‌پوشی کردن از چنین پدیده‌ای منطقی نخواهد بود. بنابراین تمام این فرضیات از اهمیت بالایی در مدل سازی برخوردار هستند.

• متغیرهای مدل

D	مقدار تقاضا
Q	مقدار هر بار سفارش
C_h	هزینه نگهداری
K_0	هزینه راه اندازی
C_p	هزینه کمبود
C_d	هزینه فساد
P	قیمت فروش
θ	نرخ فساد
r	نرخ تورم
q	نرخ تولید
a & b	پارامترهای ثابت
I(t)	سطح موجودی

• فرضیات مدل

1. برای تولید یک قلم کالا مدل سازی انجام شده است.
2. افق زمانی محدود است.
3. نرخ تقاضا تابعی بر حسب زمان و قیمت فروش می باشد. $(a - b p)e^{at}$
4. نرخ تورم و فساد و تولید ثابت و قطعی هستند.

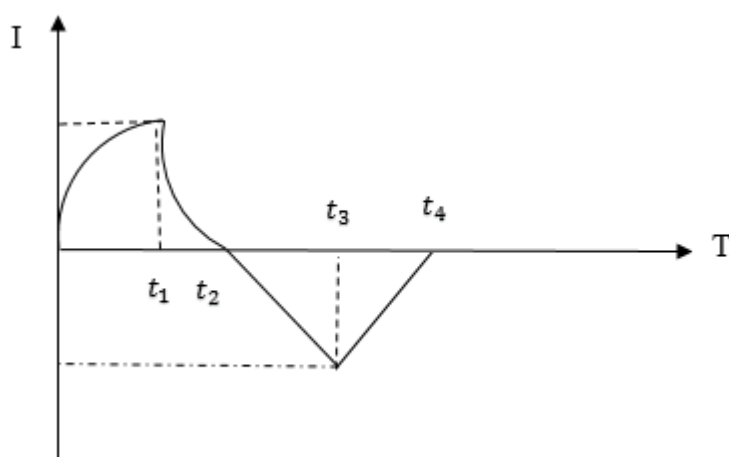
5. مدت تحویل نادیده گرفته شده است.

6. کمبود موجودی مجاز می باشد.

7. هیچ تغییر یا جایگزینی بجای کالای فاسد شده طی شده وجود ندارد.

8. ارزش زمانی پول در نظر گرفته نشده است.

• نمای مدل



• محاسبه سطح موجودی

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = P - (a-bP)e^{\lambda t} - \theta I_1(t) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$I_1(t) = \frac{P}{\theta} [1 - e^{-\theta t}] + \frac{(a-bP)}{(\lambda+\theta)} [e^{-\theta t} - e^{\lambda t}]$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = - (a-bP) e^{\lambda t} - \theta I_2(t) \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

$$I_2(t) = \frac{(bP-a)}{\lambda+\theta} e^{\lambda t} + \frac{(a-bP)}{\lambda+\theta} e^{(\lambda+\theta)t_2 - \theta t}$$

$$\frac{dI_3(t)}{dt} = - (a-bP) e^{\lambda t} \quad t_2 \leq t \leq t_3$$

$$I_3(t) = \left(\frac{a-bP}{\lambda} \right) [e^{\lambda} (e^{t_2} - e^t)]$$

$$\frac{dI_4(t)}{dt} = P - (a-bP)e^{\lambda t} \quad t_3 \leq t \leq t_4$$

$$I_4(t) = P (t - t_4) + \left(\frac{a-bP}{\lambda} \right) [e^{\lambda} (e^{t_4} - e^t)]$$

• محاسبه روابط

همانطور که از شکل پیداست در لحظه t_1 سطح موجودی دو طرف با هم برابر می‌باشد، در نتیجه:

$$I_1(t_1) = I_2(t_1)$$

$$\frac{P}{\theta} [1 - e^{-\theta t_1}] = - \frac{(a-bP)}{\lambda + \theta} e^{-\theta t_1} (1 - e^{(\lambda + \theta)t_2})$$

همچنین در لحظه t_3 موقعیت موجودی برای دو طرف آن یکسان می‌باشد، در نتیجه:

$$I_3(t_3) = I_4(t_3)$$

$$\frac{(a-bP)}{\lambda} [e^{\lambda} (e^{t_2} - e^{t_4})] = P (t_3 - t_4)$$

همانطور که از شکل پیداست مقدار اندازه سفارش برابر خواهد بود با:

$$Q = I_m + |I_b|$$

$$Q = \frac{P}{\theta} [1 - e^{-\theta t_1}] + \frac{(a-bp)}{(\lambda + \theta)} [e^{-\theta t_1} - e^{\lambda t_1}] + \left| \left(\frac{a-bP}{\lambda} \right) [e^{\lambda} (e^{t_2} - e^{t_3})] \right|$$

• محاسبه هزینه‌ها

هزینه نگهداری: فاصله زمانی بین صفر تا t_2 شامل هزینه نگهداری می‌شود.

$$c_h \left[\left[\frac{p}{\theta r} e^{-rt_1} + \frac{p}{\theta(r+\theta)} e^{-t_1(r+\theta)} - \frac{(a-bp)}{(\lambda+\theta)(\theta+r)} e^{t_1(\theta+r)} + \frac{(a-bp)}{(\lambda+\theta)(\lambda+r)} e^{t_1(\lambda+r)} + \frac{p}{\theta r} - \frac{p}{\theta(r+\theta)} + \frac{(a-bp)}{(\lambda+\theta)(\theta+r)} - \frac{(a-bp)}{(\lambda+\theta)(\lambda+r)} \right] + \left[\frac{-(a-bp)}{(\lambda-r)(\lambda+\theta)} e^{(t_2-t_1)(\lambda-r)} + \frac{(a-bp)}{(\lambda+\theta)(\theta+r)} e^{-(t_2-t_1)(\theta+r)+t_2(\lambda+\theta)} \right] \right]$$

هزینه کمبود: فاصله زمانی بین t_2 تا t_4 شامل هزینه کمبود می‌شود.

$$c_p \left[\left[(t_3 - t_2) \frac{(a-bp)}{\lambda} e^{\lambda+t_2} - \frac{(a-bp)}{\lambda} e^{\lambda+t_3-t_2} \right] + \left[\frac{p(t_4-t_3)^2}{2} - p(t_4 - t_3) t_4 + \frac{(t_4-t_3)(a-bp)}{\lambda} e^{(\lambda+t_4)} - \frac{(a-bp)}{\lambda} e^{(\lambda+t_4-t_3)} \right] \right]$$

هزینه فساد: از آن جا که تنها در فاصله زمانی بین صفر تا t_2 در سیستم موجودی وجود دارد پس هزینه فساد تنها برای کالاهایی که در این بازه دچار فساد می‌شوند محاسبه خواهد شد.

$$c_d [qt_1 - D(t_1 + t_2)]$$

هزینه راه اندازی: این هزینه به عنوان یک مقدار ثابت لحاظ شده است و مقدار آن برابر است با:

KO

برای به دست آوردن مقدار بهینه t_1 باید از تابع هزینه نسبت به آن مشتق گرفته و مقدار آن را برابر صفر قرار دهیم که مقدار آن برابر می‌شود با:

$$c_h \left[\left(\frac{p}{\theta} e^{-rt_1} - \frac{p}{\theta} e^{-t_1(r+\theta)} - \frac{(a-bp)}{\lambda+\theta} e^{-t_1} [e^{-(r+\lambda)} + 1] \right) + c_d [q-D] \right]$$

مجدد نسبت به t_4 همین رویه را تکرار می‌نماییم و مقدار آن برابر خواهد شد با:

$$t_3 = t_2 + \frac{I_b}{D} = \frac{\frac{(a-bp)}{\lambda} [e^{\lambda(e^{t_2}-e^{t_3})}]}{D} + t_2$$

• پیاده‌سازی یک مثال

D	500
C_h	0.03
K0	200
C_p	15
Cd	8
P	60
θ	0.01
r	0.12
a	20
B	0.1
λ	0.1

با جای گذاری این ارقام نتایج زیر حاصل خواهد شد:

4.2	t_1
7.3	t_2
9.2	t_3
11.4	t_4
607	Q
25	هزینه نگهداری
7.5	هزینه فساد
152	هزینه کمبود
50	هزینه راه‌اندازی

• روش‌های اعتبار سنجی

روش‌های متنوعی وجود دارد که می‌توانند به ما اطمینان بخشند مدل طراحی شده از اعتبار کافی برخوردار می‌باشد. از جمله این روش‌ها می‌توان به تحلیل حساسیت، شبیه‌سازی و یا مقایسه نتایج حاصل از اجرای مدل با دنیای واقعی اشاره نمود. در این مطالعه سعی بر آن بود تا داده‌های کارخانه رنگ الوان توس مشهد با مدل مقایسه شود اما متأسفانه شرکت در این مدت زمان همکاری نکرد و به ناچار و به‌طور موقت با استفاده از تحلیل حساسیت تا حدی اعتبار مدل تأیید شد.

• تحلیل حساسیت

$\theta = 0.01$	$Q=607.96$
$\theta = 0.03$	$Q=607.05$
$\theta = 0.05$	$Q=606.24$
$\theta = 0.07$	$Q=605.98$

همان‌طور که مشخص می‌باشد با افزایش نرخ فساد مقدار سفارش اقتصادی کاهش می‌یابد، دلیل این اتفاق را می‌توان این‌چنین تفسیر نمود: هرچه نرخ فساد بیشتر باشد یعنی در مدت زمان مشخص مقدار کالاهای بیشتری درگیر فساد خواهند شد بنابراین منطقی‌تر است که مقدار سفارش را کاهش داده و در ازاء آن در فواصل زمانی کوتاه‌تری سفارش دهیم.

$b = 0.1$	$Q=607.96$
$b = 0.2$	$Q=590.21$
$b = 0.3$	$Q=572.14$
$b = 0.4$	$Q=558.01$

هرچه مقدار پارامتر b افزایش یابد، به این معنا که تأثیر قیمت فروش بر روی تقاضا بیشتر شود، بنابراین تقاضا کاهش می‌یابد. و هرچه مقدار تقاضا کمتر باشد بنابراین نیاز به سفارش کالای کمتری حس می‌شود.

• جمع‌بندی

در این تحقیق یک مدل موجودی با در نظر گرفتن فساد و تابع تقاضا بر حسب زمان و قیمت فروش ارایه گردید که کمبود در آن مجاز است. افزودن این مفروضات به مدل آن را به دنیای واقعی نزدیک‌تر می‌کند، همچنین در این مدل افق زمانی محدود در نظر گرفته شده است. در نهایت نتایج به‌دست آمده از مدل تحلیل حساسیت گردید و از آن‌جا که تغییر پارامترها مطابق انتظار بود می‌توان تا حدی اطمینان حاصل کرد که مدل از اعتبار کافی برخوردار می‌باشد. در پایان توصیه می‌شود همین مدل با در نظر گرفتن مدت تحویل بررسی شود تا هرچه بیشتر مدل قوی‌تری شود و نتایج آن از اعتبار بالاتری برخوردار باشند. هرچند که باید بررسی شود که آیا حل ریاضی چنین مدلی امکان‌پذیر می‌باشد یا خیر؟ همچنین توصیه می‌شود نتایج حاصل از حل مدل با داده‌های یک شرکت واقعی مقایسه شود تا بتوان از اعتبار مدل اطمینان حاصل کرد.

با تشکر از زحمات شما استاد گرامی – پاییز و زمستان 96